

# Numerische Methoden in der Physik

HD DR. JENS TIMMER

## Aufgabenblatt Nr.7

### Übung 8: Cross-Validierung für Kernschätzer

- Erzeuge  $N$  Daten aus dem Modell<sup>1</sup>:

$$y_i = 4x_i(1 - x_i) + \sigma\epsilon_i, \quad x_i = i/N, \quad i = 1, \dots, N$$

für  $N = 1000$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $\epsilon_i \sim N(0, 1)$ .

- Bestimme für den Kernschätzer:

$$K_h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2h+1} & \text{if } x \leq h \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mittels Crossvalidation die optimale Kernbreite  $h_{opt}$  im Bereich  $h \in [5/N, 200/N]$ .

- Plote dazu die Kreuzvalidierungsfunktion:

$$CV(h) = \frac{1}{N} \sum_i (y_i - \hat{y}_{-i}^h)^2$$

mit

$$\hat{y}_{-i}^h(x_i) = \frac{2h+1}{2h} \sum_{j=-ih \neq 0}^{ih} K_h(x_{i+j} - x_i) y_{i+j}, \quad \text{mit } ih = \text{int}(hN)$$

- Verwende dazu jeweils nur die Punkte  $i = 201, \dots, (1000 - 200)$ .
- Beachte, daß durch die Wahl von  $x_i = i/N$  alles gut wird ...
- Interpretiere das Ergebnis.

---

<sup>1</sup>Die Wahl von  $x_i = i/N$  erleichtert das Programmieren.