

Mathematische Methoden zur Analyse von Zeitreihen komplexer Systeme

PROF. DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt 5

Aufgabe für die nächsten zwei Wochen: Spektralanalyse

Spektralanalysiere alles, dessen Du Dir habhaft werden kannst.

Vergleiche jeweils Periodogramm und Spektralschätzer verschiedener Glättungsbreite.

- AR[1] Prozeß, verschiedene τ s. Frage: Was macht der Buckel ?
- AR[2] Prozeß als 2 Relaxatoren. Kann man sie sehen?
- AR[2] Prozeß als Oszillator, $N = 8192$, $T = 20$, $\tau = 20, 100, 250$.
Untersuche den Bias des Periodogramms für verschiedene τ s.
- \forall AR Prozesse vergleiche Schätzer mit dem wahren Spektrum.
- Deterministischer van der Pol. Was passiert zwischen den peaks ?
Beachte: Zwingen den Integrator, äquidistante Daten zu generieren.
- Stochastischer van der Pol. Hat die Stochastik einen Einfluß auf die Periode?
- Was macht der peak beim Rössler in Abhängigkeit der Datenanzahl ?
Beachte: Zwingen den Integrator, äquidistante Daten zu generieren.
- Von welchem Type muß die Nichtlinearität krankhafter Tremorformen sein.
- Untersuche den Effekt des taperns, speziell beim deterministischen van der Pol, dem Rössler und den pathologischen Tremores.
- News for sunspots or lynxs ?
- Schätze das Signal-zu-Rausch Verhältnis im gesunden Tremor ab.
- Untersuche die NIRS Daten in Bezug auf ihr niederfrequentes Verhalten. Vergleiche speziell hier Periodogramm und Spektrum
- Simuliere Daten des van der Pol Oszillators mit $\mu = 10$ und $\Delta t = 0.1$. Nimm nur jeden 10-ten Datenpunkt und berechne das Spektrum. Was passiert?

Reminder: Spektralschätzung

- Berechne das Periodogramm

$$Per(\omega_j) = \frac{1}{4\pi} \left| \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N e^{-i\omega_j t} x(t) \right|^2$$

basierend auf (getaperten) Zeitreihen $x(t)$ und schätze das Spektrum durch Glättung des Periodogramms:

$$\hat{S}(\omega_i) = \sum_{j=-h}^h k_j Per(\omega_{i+j})$$

mit

$$k_j = \begin{cases} \frac{1}{h+1} - \frac{1}{(h+1)^2} |j| & \text{if } |j| \leq h \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Vergleiche mit den Ergebnissen basierend auf:

$$k_j = \begin{cases} \frac{1}{2h+1} & \text{if } |j| \leq h \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Schätze das Spektrum nur für die bins i in $h < i \leq N/2 - h$.
- Untersuche verschiedene Breiten $(2h+1)$ des Glätters
- Untersuche den Effekt des Tapers mit

$$w(i) = 1 - \left| \frac{i - \frac{1}{2}N}{\frac{1}{2}N} \right|$$

- Plote die y-Achse immer logarithmisch. Manchmal ist es vorteilhaft, auch die x-Achse logarithmisch zu plotten.

Aufgabe 2 ACF Schätzer

- Berechne für mehrere Realisationen der Länge $N = 5000$ die ACF des AR[2] Prozesses mit $T=20$, $\tau = 50$ und berechne die ACF bis zum lag 500.
- Plote die 95 % Konfidenzintervalle unter der Annahme weißen Rauschens.
- Was fällt auf ?