Mathematische Methoden zur Analyse von Zeitreihen komplexer Systeme

PROF. DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1 Stationarität AR[2] Prozess

- Für welche Parameter a_1, a_2 sind AR[2] Prozesse stationär ?

  Tip: Formuliere den univariaten Prozess als bivariaten Prozess 1.Ordnung.

- Was bedeutet die im Verlauf der Lösung auftauchende Fallunterscheidung physikalisch ?

Aufgabe 2 Realisierung AR Prozesse

- Simuliere Zeitreihen des AR[1] Prozesses:

  $$x(i) = ax(i-1) + \epsilon(i), \qquad \epsilon(i) \sim N(0,1)$$

  mit $a = e^{-1/\tau}$, $\tau = 0, 5, 10, 100$, $N = 1000$.

- Die Startwerte müssen so gewählt werden, daß sie mit einer Realisierung des Prozesses verträglich sind.

  Wie kann man dieses Problem lösen?

- Welchen falschen optischen Eindruck erhält man beim Betrachten der Zeitreihen ?

- Simuliere Zeitreihen des AR[2] Prozesses:

  $$x(i) = a_1x(i-1) + a_2x(i-2) + \epsilon(i), \qquad \epsilon(i) \sim N(0,1)$$

  mit $a_1 = 2\cos(2\pi/T)e^{-1/\tau}$, $a_2 = -e^{-2/\tau}$, $T = 20$, $\tau = 20, 100, 250$, $N = 5000$.

- Würde man die Zeitreihen optisch für stationär halten ?

Aufgabe 3 Realisierung stochastischer van der Pol

- Simuliere Zeitreihen des stochastischen van der Pol Oszillators

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \mu\,(1 - x_1^2)\,x_2 - x_1 + \epsilon \end{aligned}$$

  für $\mu = 1, 3, 5$

- Wähle dazu im Euler-Verfahren:

$$\begin{aligned} x_1(t + \delta t) &= x_1(t) + \delta t\, x_2(t) \\ x_2(t + \delta t) &= x_2(t) + \delta t\,(\mu\,(1 - x_1^2(t))\,x_2(t) - x_1(t)) + \sqrt{\delta t}\,\epsilon(t) \quad . \end{aligned}$$

  den Integrationsschritt $\delta t = 0.001$ und den Samplingschritt $\Delta t = 0.5$.

- Was bewirkt die Stochastik ?