

Konzepte der Nichtlinearen Dynamik

HD DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1 Stochastische Hamilton'sche Dynamik

- Betrachte den harmonischen Oszillator

$$\ddot{x} = -\omega^2 x, \quad \omega = 2\pi/T$$

Verwende die trigonometrischen Additionstheoreme

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

um zu zeigen, daß für die Differenzgleichung des harmonischen Oszillators:

$$x(t) = a_1 x(t-1) + a_2 x(t-2)$$

gilt:

$$a_1 = 2 \cos \omega$$

$$a_2 = -1$$

- Der zeitdiskrete harmonische Oszillators sei in jedem Sampling-Schritt einer zufälligen Störung $\sigma \epsilon(t)$, $\epsilon(t) \sim N(0, 1)$, $\sigma = 0.1$, ausgesetzt.

Simuliere Zeitreihen dieses Systems für sinnvolles T .

Wie sind die Startwerte $x(1)$, $x(2)$ geschickt zu wählen ?

- Wie hängt die Varianz des Prozesses von der Zeit ab ?

Simuliere hierzu M Zeitreihen $x_i(t)$ und schätze die Varianz durch:

$$\widehat{var}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i^2(t)$$

- Was lernen wir daraus Grundsätzliches ?

Münster Aufgabe:

Was unterscheidet unser Münster von allen anderen deutschen Kathedralen aus der Gotik ?