Konzepte der Nichtlinearen Dynamik

PROF. DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Lyapunov-Exponent der stochastischen logistischen Abbildung I

Schätze für die stochastische logistische Abbildung

$$x_{i+1} = rx_i(1 - x_i) + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim U[-\delta, \delta]$$

den Lyapunov-Exponenten für $r \in [3 : r_{max}$[1]], $\delta = 0.001$ und 0.01 basierend auf :

$$\lambda = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \log \left| \prod_{i=1}^{N} f'(x_i) \right|$$

- Rastere das Intervall in $\Delta r = 10^{-5}$
- Verwende jeweils 1000 Datenpunkte zur Schätzung, verwerfe Transienten.
- Diskutiere das Resultat im Vergleich zum rauschfreien Fall: ”Does noise produce chaos ?” Erkläre das Ergebnis.

Aufgabe 2 Lyapunov-Exponent der stochastischen logistischen Abbildung II

Betrachte die obige stochastische logistische Abbildung bei $r = 3.58$ und $r = 3.832$ und untersuche die exponentielle Divergenz benachbarter Punkte explizit.

- Berechne dazu:

  $$D(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} log(|x_{i+t} - \tilde{x}_{i,t}|)$$

  mit

  $$\tilde{x}_{i,t} = \begin{cases} x_i \pm 10^{-10} & \text{für } t = 0, + \text{ für } x_i < 0.5, - \text{ für } \geq 0.5 \\ r\tilde{x}_{i,t-1}(1 - \tilde{x}_{i,t-1}) + \epsilon_i & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

  für $N = 1000$ und $t = 1, \ldots, 100$ und x_i einer Trajektorie der map.
- Betrachte einen *local slope* plot von $D(t)$.

[1] W¨ahle r_{max} so, daß die Trajektorie nicht divergiert.

- ”Does noise produce chaos ?” Und: Können wir das wissen ?

M¨unster Aufgabe:
Wie steht das M¨unster mit dem *Symposium* von Platon in Zusammenhhang ? Studiere dazu die Schriften von Proklos, Plotin und des Abtes Suger von St. Denis.