

Konzepte der Nichtlinearen Dynamik

HD DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1 Lyapunov-Exponent der logistischen Abbildung I

Schätze für die logistische Abbildung

$$x_{i+1} = rx_i(1 - x_i)$$

den Lyapunov-Exponenten für $r \in [2.5, 4]$

- Rastere das Intervall in $\Delta r = 10^{-5}$
- Verwende jeweils 1000 Datenpunkte zur Schätzung, verwerfe Transienten.
- Erkläre das Berühren der Null an den Bifurkationspunkten im periodischen Bereich. Plote dazu auch (r, x_i) .
- Was bedeutet das Resultat ? Speziell für $\approx 3.6 < r < 4$?
oder anders:
- Wie steht es um die "Stetigkeit im Mittel" des Resultats ? Speziell im Vergleich zu den Systemen aus Kapitel 2 ?

Aufgabe 2 Lyapunov-Exponent der logistischen Abbildung II

Betrachte die logistische Abbildung bei $r=4$ und untersuche die exponentielle Divergenz benachbarter Punkte explizit.

- Berechne dazu:

$$D(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log(|x_{i+t} - \tilde{x}_{i,t}|)$$

mit

$$\tilde{x}_{i,t} = \begin{cases} x_i \pm 10^{-10} & \text{für } t = 0, + \text{ für } x_i < 0.5, - \text{ für } \geq 0.5 \\ 4\tilde{x}_{i,t-1}(1 - \tilde{x}_{i,t-1}) & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

für $N = 1000$ und $t = 1, \dots, 100$ und x_i einer Trajektorie der map.

- Mache das selbe für Brownian Motion und einen AR[1] Prozeß mit $\tau = 100$.
- Betrachte letztere Ergebnisse auch mit logarithmierter x -Achse.
- Was folgt daraus für den Zusammenhang der Divergenz von Trajektorien und der Bestimmung von Lyapunov Exponenten ?

Münster Aufgabe:

Der Chor des Münsters ist ganz leicht gegen das Hauptschiff geneigt. Warum?